Задачи Гипербола

3.164. Составить уравнение гиперболы, фокусы которой расположены на оси абсцисс, симметрично относительно начала координат, зная, что:

1) ее оси $2a = 10$ и $2b = 8$;

2) расстояние между фокусами $2c = 10$ и ось $2b = 8$;

3) расстояние между фокусами $2c = 6$ и эксцентриситет $\varepsilon = \frac{3}{2}$;

4) ось $2a = 16$ и эксцентриситет $\varepsilon = \frac{5}{4}$;

5) уравнения асимптот $y = \pm\frac{4}{3}x$ и расстояние между фокусами $2c = 20$;

6) расстояние между директрисами равно $22\frac{2}{13}$ и расстояние между фокусами $2c = 26$;

7) расстояние между директрисами равно $\frac{32}{5}$ и ось $2b = 6$;

8) расстояние между директрисами равно $\frac{8}{3}$ и эксцентриситет $\varepsilon = \frac{3}{2}$;

9) уравнения асимптот $y = \pm\frac{3}{4}x$ и расстояние между директрисами равно $12\frac{4}{5}$.

3.165. Составить уравнение гиперболы, фокусы которой расположены на оси ординат, симметрично относительно начала координат, зная, кроме того, что:

1) ее полуоси $a = 6$, $b = 18$ (буквой a мы обозначаем полуось гиперболы, расположенную на оси абсцисс);

2) расстояние между фокусами $2c=10$ и эксцентриситет $\varepsilon=\frac{5}{3}$;

3) уравнения асимптот $y=\pm\frac{12}{5}x$, расстояние между вершинами равно 48;

4) расстояние между директрисами равно $7\frac{1}{7}$ и эксцентриситет $\varepsilon=\frac{7}{5}$;

5) уравнения асимптот $y=\pm\frac{4}{3}x$ и расстояние между директрисами равно $6\frac{2}{5}$.

3.166. Определить полуоси a и b каждой из следующих гипербол:

1) $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$; 2) $\frac{x^2}{16}-y^2=1$; 3) $x^2-4y^2=16$;

4) $x^2-y^2=1$; 5) $4x^2-9y^2=25$; 6) $25x^2-16y^2=1$.

3.167. Дана гипербола $16x^2-9y^2=144$. Найти:

1) полуоси a и b; 2) фокусы; 3) эксцентриситет;

4) уравнения асимптот; 5) уравнения директрис.

3.168. Вычислить площадь треугольника, образованного асимптотами гиперболы $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}=1$ и прямой $9x+2y-24=0$.

3.169. Установить, какие линии определяются следующими уравнениями:

1) $y=\frac{2}{3}\sqrt{x^2-9}$, 2) $y=-3\sqrt{x^2+1}$,

3) $x=-\frac{4}{3}\sqrt{x^2+9}$, 4) $y=\frac{2}{5}\sqrt{x^2+25}$.

Изобразить эти линии на чертеже.

3.170. Эксцентриситет гиперболы $\varepsilon=3$, расстояние от точки M гиперболы до директрисы равно 4. Вычислить расстояние от точки M до фокуса, одностороннего с этой директрисой.

3.171. Эксцентриситет гиперболы $\varepsilon=2$, центр ее лежит в начале координат, один из фокусов $F(12;\ 0)$. Вычислить расстояние от точки M_1 гиперболы с абсциссой, равной 13, до директрисы, соответствующей заданному фокусу.

3.172. Определить точки гиперболы $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$, расстояние которых до левого фокуса равно 7.

3.173. Составить уравнение гиперболы, фокусы которой лежат на оси абсцисс симметрично относительно начала координат, если даны:

1) точки $M_1(6; -1)$ и $M_2(-8; 2\sqrt{2})$ гиперболы;

2) точка $M_1(-5; 3)$ гиперболы и эксцентриситет $\varepsilon=\sqrt{2}$;

3) точка $M_1(\frac{9}{2}; -1)$ гиперболы и уравнения асимптот $y=\pm\frac{2}{3}x$;

4) точка $M_1(-3; \frac{5}{2})$ гиперболы и уравнения директрис $y = \pm\frac{4}{3}$;

5) уравнения асимптот $y = \pm\frac{3}{4}x$ и уравнения директрис $x = \pm\frac{16}{5}$.

3.174. Определить эксцентриситет равносторонней гиперболы.

3.175. Составить уравнение гиперболы, фокусы которой лежат в вершинах эллипса $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$, а директрисы проходят через фокусы этого эллипса.

3.176. Установить, что каждое из следующих уравнений определяет гиперболу, и найти координаты ее центра C, полуоси, эксцентриситет, уравнения асимптот и уравнения директрис:

1) $16x^2-9y^2-64x-54y-161=0$; 2) $9x^2-16y^2+90x+32y-367=0$;

3) $16x^2-9y^2-64x-18y+199=0$.

3.177. Установить, какие линии определяются следующими уравнениями:

1) $y=-1+\frac{2}{3}\sqrt{x^2-4x-5}$; 2) $y=7-\frac{2}{3}\sqrt{x^2-6x+13}$;

3) $x=9-2\sqrt{y^2+4y+8}$; 4) $x=5\frac{2}{3}\sqrt{y^2+4y-12}$.

Изобразить эти линии на чертеже.

3.178. Составить уравнение гиперболы, зная, что:

1) расстояние между ее вершинами равно 24 и фокусы $F_1(-10; 2)$, $F_2(16; 2)$;

2) фокусы $F_1(3; 4)$, $F_2(-3; -4)$ и расстояние между директрисами равно 3,6;

3) угол между асимптотами равен 90° и фокусы $F_1(4; -4)$, $F_2(-2; 2)$.

3.179. Составить уравнение гиперболы, если известны ее эксцентриситет $\varepsilon=\frac{5}{4}$, фокус $F(5; 0)$ и уравнение соответствующей директрисы $5x-16 = 0$.

3.180. Установив, что каждое из следующих уравнений определяет гиперболу, найти для каждой из них центр, полуоси, уравнения асимптот и построить их на чертеже:

1) $xy=18$; 2) $2xy-9=0$; 3) $2xy+25=0$.

3.181. Найти точки пересечения прямой $4x-3y-16=0$ и гиперболы $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$.

3.182. В следующих случаях определить, как расположена прямая относительно гиперболы — пересекает ли, касается или проходит вне ее:

1) $x-y-3=0$, $\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{3}=1$; 2) $x-2y+1=0$, $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$;

3) $7x-5y=0$, $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$.

3.183. Определить, при каких значениях m прямая $y=\frac{5}{2}x+m$:

1) пересекает гиперболу $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{36}=1$; 2) касается ее;

3) проходит вне этой гиперболы.

3.184. Вывести условие, при котором прямая $y=kx+m$ касается гиперболы $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$.

3.185. Составить уравнения касательных к гиперболе $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{5}=1$, перпендикулярных к прямой $4x+3y-7=0$.

3.186. Составить уравнения касательных к гиперболе $x^2-y^2=16$, проведенных из точки $A(-1; -7)$.

3.187. Из точки $C(1; -10)$ проведены касательные к гиперболе $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{32}=1$. Составить уравнение хорды, соединяющей точки касания.

3.188. Из точки $P(1; -5)$ проведены касательные к гиперболе $\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{5}=1$. Вычислить расстояние d от точки P до хорды гиперболы, соединяющей точки касания.

3.189. Гипербола проходит через точку $A(\sqrt{6}; 3)$ и касается прямой $9x+2y-15=0$. Составить уравнение этой гиперболы при условии, что ее оси совпадают с осями координат.

3.190. Составить уравнение гиперболы, касающейся двух прямых: $5x-6y-16=0$, $13x-10y-48=0$, при условии, что ее оси совпадают с осями координат.

3.191. Убедившись, что точки пересечения эллипса $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{5}=1$ и гиперболы $\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{3}=1$ являются вершинами прямоугольника, составить уравнения его сторон.

3.192. Прямая $2x-y-4=0$ касается гиперболы, фокусы которой находятся в точках $F_1(-3;\ 0)$ и $F_2(3;\ 0)$. Составить уравнение этой гиперболы.

3.193. Составить уравнение гиперболы, фокусы которой расположены на оси абсцисс, симметрично относительно начала координат, если известны уравнение касательной к гиперболе $15x+16y-36=0$ и расстояние между ее вершинами $2a=8$.