Задачи для самостоятельного решения

3.283. В пучке плоскостей $2x-3y+z-3+\lambda(x+3y+2z+1)=0$ найти плоскость, которая:

1) проходит через точку $M_1(1; -2; 3)$; 2) параллельна оси Ox;

3) параллельна оси Oy; 4) параллельна оси Oz.

3.284. Составить уравнение плоскости, которая проходит через прямую пересечения плоскостей $3x-y+2z+9=0$, $x+z-3=0$:

1) через точку $M_1(4; -2; -3)$; 2) параллельно оси Ox;

3) параллельно оси Oy; 4) параллельно оси Oz.

3.285. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую пересечения плоскостей $2x-y+3z-5=0$, $x+2y-z+2=0$ параллельно вектору $\vec{l}=(2; -1; -2)$.

3.286. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую пересечения плоскостей $3x-2y+z-3=0$, $x-2z=0$ перпендикулярно плоскости $x-2y+z+5=0$.

3.287. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $\begin{cases} 5x-y-2z-3=0, \\ 3x-2y-5+2=0 \end{cases}$ перпендикулярно плоскости $x+19y-7z-11=0$.

3.288. Составить уравнение плоскости, которая проходит через прямую пересечения плоскостей $2x+y-z+1=0$, $x+y+2z+1=0$ параллельно отрезку, ограниченному точками $M_1(2; 5; -3)$, $M_2(3; -2; 2)$.

3.289. Определить, принадлежит ли плоскость $4x-8y+17z-8=0$ пучку плоскостей $\alpha(5x-y+4z-1)+\beta(2x+2y-3z+2)=0$.

3.290. Определить, при каких значениях l и m плоскость $5x+ly+4z+m=0$ принадлежит пучку плоскостей $\alpha(3x-7y+z-3)+\beta(x-9y-2z+5)=0$.

3.291. Найти уравнение плоскости, которая принадлежит пучку плоскостей $\alpha(4x+13y-2z-60)+\beta(4x+3y+3z-30)=0$ и отсекает от координатного угла Oxy треугольник с площадью, равной 6 кв. ед.

3.292. Доказать, что прямая $x=3t-2$, $y=-4t+1$, $z=4t-5$ параллельна плоскости $4x-3y-6z-5=0$.

3.293. Доказать, что прямая $\begin{cases} 5x-3y+2z-5=0, \\ 2x-y-z-1=0 \end{cases}$ лежит в плоскости $4x-3y+7z-7=0$.

3.294. Найти точку пересечения прямой и плоскости:

1) $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z}{6}$, $\quad 2x+3y+z-1=0$;

2) $\frac{x+3}{3}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+1}{-5}$, $\quad x-2y+z-15=0$;

3) $\frac{x+2}{-2}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-3}{2}$, $\quad x+2y-2z+6=0$.

3.295. Составить уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(2;\ -3;\ -5)$ перпендикулярно к плоскости $6x-3y-5z+2=0$.

3.296. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(1;\ -1;\ -1)$ перпендикулярно к прямой $\frac{x+3}{2}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z+2}{4}$.

3.297. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(1;\ -2;\ 1)$ перпендикулярно к прямой $\begin{cases} x-2y+z-3=0, \\ x+y-z+2=0. \end{cases}$

3.298. При каком значении m прямая $\frac{x+1}{3}=\frac{y-2}{m}=\frac{z+3}{-2}$ параллельна плоскости $x-3y+6z+7=0$?

3.299. При каком значении C прямая $\begin{cases} 3x-2y+z+3=0, \\ 4x-3y+4z+1=0 \end{cases}$ параллельна плоскости $2x-y+Cz-2=0$?

3.300. При каких значениях A и D прямая $x=3+4t$, $y=1-4t$, $z=-3+t$ лежит в плоскости $Ax+2y-4z+D=0$?

3.301. При каких значениях A и B плоскость $Ax+By+3z-5=0$ перпендикулярна к прямой $x=3+2t$, $y=5-3t$, $z=-2-2t$?

3.302. При каких значениях t и C прямая $\frac{x-2}{t}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-5}{-3}$ перпендикулярна к плоскости $3x-2y+Cz+1=0$?

3.303. Найти проекцию точки $P(2;\ -1;\ 3)$ на прямую $x=3t$, $y=5t-7$, $z=2t+2$.

3.304. Найти точку Q, симметричную точке $P(4;\ 1;\ 6)$ относительно прямой $\begin{cases} x-y-4z+12=0, \\ 2x+y-2z+3=0. \end{cases}$

3.305. Найти точку Q, симметричную точке $P(2;\ -5;\ 7)$ относительно прямой, проходящей через точки $M_1(5;\ 4;\ 6)$ и $M_2(-2;\ -17;\ -8)$.

3.306. Найти проекцию точки $P(5;\ 2;\ -1)$ на плоскость $2x-y+3z+23=0$.

3.307. Найти точку *Q*, симметричную точке *P*(1; 3; –4) относительно плоскости $3x+y-2z=0$.

3.308. На плоскости *Oxy* найти такую точку *P*, сумма расстояний которой до точек *A*(–1; 2; 5) и *B*(11; –16; 10) была бы наименьшей.

3.309. Вычислить расстояние *d* от точки *P*(2; 3; –1) до следующих прямых:

1) $\frac{x-5}{3}=\frac{y}{2}=\frac{z+25}{-2}$; 2) $x=t+1$, $y=t+2$, $z=4t+13$; 3) $\begin{cases}2x-2y+z+3=0,\\2x-2y+2z+17=0.\end{cases}$

3.310. Убедившись, что прямые $\begin{cases}2x+2y-z-10=0,\\x-y-z-22=0\end{cases}$ и $\frac{x+7}{3}=\frac{y-5}{-1}=\frac{z-9}{4}$ параллельны, вычислить расстояние *d* между ними.

3.311. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку M_1(1; 2; –3) параллельно прямым $\frac{x+1}{2}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z+1}{-3}$ и $\frac{x+5}{3}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+3}{-1}$.

3.312. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку M_1(2; –2; 1) и прямую $x=2t+1$; $y=-3t+2$; $z=2t-3$.

3.313. Доказать, что прямые $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-3}=\frac{z-5}{4}$ и $x=3t+7$, $y=2t+2$, $z=-2t+1$ лежат в одной плоскости, и составить уравнение этой плоскости.

3.314. Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые $\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-3}{-2}$, $\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+3}{-2}$.

3.315. Найти проекцию точки *C*(3; –4; –2) на плоскость, проходящую через параллельные прямые $\frac{x-5}{13}=\frac{y-6}{1}=\frac{z+3}{-4}$, $\frac{x-2}{13}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+3}{-4}$.

3.316. Найти точку *Q*, симметричную точке *P*(3; –4; –6) относительно плоскости, проходящей через M_1(–6; 1; –5), M_2(7; –2; –1) и M_1(10; –7; 1).

3.317. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $x=3t+1$, $y=2t+3$, $z=-t-2$ параллельно прямой $\begin{cases}2x+y+z-3=0,\\x+2y-z-5=0.\end{cases}$

3.318. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z-2}{2}$ перпендикулярно к плоскости $3x+2y-z-5=0$.

3.307. Найти точку *Q*, симметричную точке *P*(1; 3; –4) относительно плоскости $3x+y-2z=0$.

3.308. На плоскости *Oxy* найти такую точку *P*, сумма расстояний которой до точек *A*(–1; 2; 5) и *B*(11; –16; 10) была бы наименьшей.

3.309. Вычислить расстояние *d* от точки *P*(2; 3; –1) до следующих прямых:

1) $\frac{x-5}{3}=\frac{y}{2}=\frac{z+25}{-2}$; 2) $x=t+1$, $y=t+2$, $z=4t+13$; 3) $\begin{cases}2x-2y+z+3=0,\\2x-2y+2z+17=0.\end{cases}$

3.310. Убедившись, что прямые $\begin{cases}2x+2y-z-10=0,\\x-y-z-22=0\end{cases}$ и $\frac{x+7}{3}=\frac{y-5}{-1}=\frac{z-9}{4}$ параллельны, вычислить расстояние *d* между ними.

3.311. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку M_1(1; 2; –3) параллельно прямым $\frac{x+1}{2}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z+1}{-3}$ и $\frac{x+5}{3}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+3}{-1}$.

3.312. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку M_1(2; –2; 1) и прямую $x=2t+1$; $y=-3t+2$; $z=2t-3$.

3.313. Доказать, что прямые $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-3}=\frac{z-5}{4}$ и $x=3t+7$, $y=2t+2$, $z=-2t+1$ лежат в одной плоскости, и составить уравнение этой плоскости.

3.314. Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые $\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-3}{-2}$, $\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+3}{-2}$.

3.315. Найти проекцию точки *C*(3; –4; –2) на плоскость, проходящую через параллельные прямые $\frac{x-5}{13}=\frac{y-6}{1}=\frac{z+3}{-4}$, $\frac{x-2}{13}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+3}{-4}$.

3.316. Найти точку *Q*, симметричную точке *P*(3; –4; –6) относительно плоскости, проходящей через M_1(–6; 1; –5), M_2(7; –2; –1) и M_1(10; –7; 1).

3.317. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $x=3t+1$, $y=2t+3$, $z=-t-2$ параллельно прямой $\begin{cases}2x+y+z-3=0,\\x+2y-z-5=0.\end{cases}$

3.318. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z-2}{2}$ перпендикулярно к плоскости $3x+2y-z-5=0$.

3.307. Найти точку *Q*, симметричную точке *P*(1; 3; –4) относительно плоскости $3x+y-2z=0$.

3.308. На плоскости *Oxy* найти такую точку *P*, сумма расстояний которой до точек *A*(–1; 2; 5) и *B*(11; –16; 10) была бы наименьшей.

3.309. Вычислить расстояние *d* от точки *P*(2; 3; –1) до следующих прямых:

1) $\frac{x-5}{3}=\frac{y}{2}=\frac{z+25}{-2}$; 2) $x=t+1$, $y=t+2$, $z=4t+13$; 3) $\begin{cases}2x-2y+z+3=0,\\2x-2y+2z+17=0.\end{cases}$

3.310. Убедившись, что прямые $\begin{cases}2x+2y-z-10=0,\\x-y-z-22=0\end{cases}$ и $\frac{x+7}{3}=\frac{y-5}{-1}=\frac{z-9}{4}$ параллельны, вычислить расстояние *d* между ними.

3.311. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку M_1(1; 2; –3) параллельно прямым $\frac{x+1}{2}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z+1}{-3}$ и $\frac{x+5}{3}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+3}{-1}$.

3.312. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку M_1(2; –2; 1) и прямую $x=2t+1$; $y=-3t+2$; $z=2t-3$.

3.313. Доказать, что прямые $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-3}=\frac{z-5}{4}$ и $x=3t+7$, $y=2t+2$, $z=-2t+1$ лежат в одной плоскости, и составить уравнение этой плоскости.

3.314. Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые $\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-3}{-2}$, $\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+3}{-2}$.

3.315. Найти проекцию точки *C*(3; –4; –2) на плоскость, проходящую через параллельные прямые $\frac{x-5}{13}=\frac{y-6}{1}=\frac{z+3}{-4}$, $\frac{x-2}{13}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+3}{-4}$.

3.316. Найти точку *Q*, симметричную точке *P*(3; –4; –6) относительно плоскости, проходящей через M_1(–6; 1; –5), M_2(7; –2; –1) и M_1(10; –7; 1).

3.317. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $x=3t+1$, $y=2t+3$, $z=-t-2$ параллельно прямой $\begin{cases}2x+y+z-3=0,\\x+2y-z-5=0.\end{cases}$

3.318. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z-2}{2}$ перпендикулярно к плоскости $3x+2y-z-5=0$.