## 3.2. Прямая линия на плоскости

Уравнением линии на плоскости называется уравнение $F(x, y) = 0$, которому удовлетворяют координаты любой точки данной линии и не удовлетворяют координаты никакой точки, не лежащей на этой линии.

Другими словами, линия, определенная данным уравнением (в некоторой системе координат), есть геометрическое место всех точек плоскости, координаты которых удовлетворяют этому уравнению.

Прямая линия в векторной форме может быть задана уравнением

$$\vec{n} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0) = 0, \qquad (3.8)$$

где $\vec{n} = (A; B)$ – вектор, перпендикулярный прямой; $\vec{r} = (x; y)$ – радиус-вектор произвольной точки прямой; $\vec{r}_0 = (x_0; y_0)$ – радиус-вектор фиксированной точки прямой.

Любая прямая на плоскости может быть задана в фиксированной декартовой прямоугольной системе координат уравнением первой степени. Обратно, любое уравнение первой степени относительно декартовых координат является уравнением прямой. Уравнение вида

$$Ax+By+C=0 \qquad (3.9)$$

называется общим уравнением прямой. В уравнении (3.9) числа $A, B, C$ – постоянные, причем $A$ и $B$ не равны нулю одновременно.

Если в общем уравнении прямой (3.9) один или два из трех коэффициентов (считая и свободный член) обращаются в нуль, то уравнение называется неполным.

Если ни один из коэффициентов уравнения (3.9) не равен нулю, то его можно преобразовать к виду

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1, \qquad (3.10)$$

где $a=-\frac{C}{A}$ и $b=-\frac{C}{B}$ есть величины отрезков, которые отсекает прямая на координатных осях. Каждый из этих отрезков отложен от начала координат.

Уравнение (3.10) называется уравнением прямой «в отрезках».

Расстояние от точки $P(x_0;y_0)$ до прямой (3.9) находится по формуле

$$d=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}. \qquad (3.11)$$

Угол $\alpha$, определяемый, как показано на рис. 3.5, называется углом наклона прямой к оси *Ox* $(0\le\alpha<\pi)$.

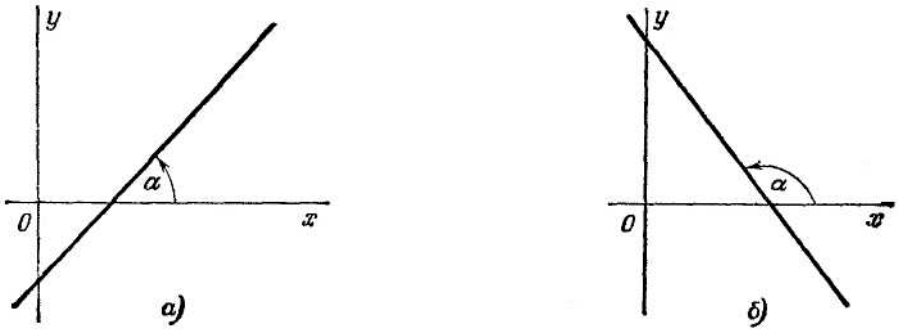


Рис. 3.5

Тангенс угла наклона прямой к оси *Ox* называется угловым коэффициентом прямой; обычно его обозначают буквой *k:*

$$k=\mathrm{tg}\,\alpha\,. \qquad (3.12)$$

Уравнение вида

$$y=kx+b \qquad (3.13)$$

называется уравнением прямой с угловым коэффициентом;

*k* — угловой коэффициент, *b* — величина направленного отрезка, который отсекает прямая на оси *Oy,* считая от начала координат.

Если прямая задана общим уравнением $Ax+By+C=0$, то ее угловой коэффициент определяется по формуле $k=-\frac{A}{B}$, $(B \neq 0)$.

Уравнение

$$y - y_0 = k(x - x_0) \qquad (3.14)$$

является уравнением прямой, которая проходит через точку $P(x_0; y_0)$ и имеет угловой коэффициент $k$.

Если прямая, проходящая через заданную точку $Q(x_1; y_1)$, параллельна оси $Oy$, то ее уравнение имеет вид

$$x = x_1. \qquad (3.15)$$

Если прямая, проходящая через заданную точку $Q(x_1; y_1)$, параллельна оси $Ox$, то ее уравнение имеет вид

$$y = y_1. \qquad (3.16)$$

Если $k$ – заданное число, то уравнение (3.14) представляет вполне определенную прямую, если же $k$ – переменный параметр, то это уравнение определит *пучок прямых*, проходящих через точку $P(x_0; y_0)$ (рис. 3.6), при этом $k$ называется *параметром пучка*.

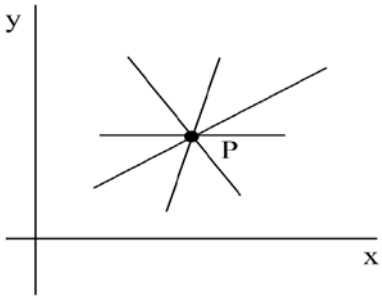


Рис. 3.6

Если прямая проходит через точки $M_1(x_1; y_1)$ и $M_2(x_2; y_2)$, то из рис. 3.7 ее угловой коэффициент определяется по формуле

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}. \qquad (3.17)$$

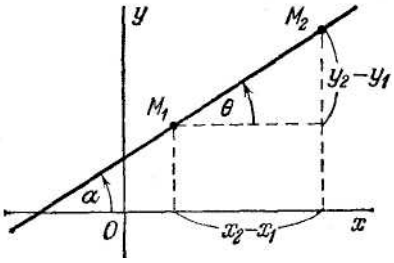


Рис. 3.7

Уравнение

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-x_1} \qquad (3.18)$$

описывает прямую, проходящую через две точки $M_1(x_1; y_1)$ и $M_2(x_2; y_2)$.

## 3.3. Совместное исследование уравнений прямых

Рассмотрим систему двух линейных уравнений с двумя неизвестными $x$ и $y$:

$$\begin{cases} A_1x+B_1y+C_1=0, \\ A_2x+B_2y+C_2=0. \end{cases} \qquad (3.19)$$

Каждое уравнение системы (3.19) определяет некоторую прямую. Вопрос о существовании и количестве вещественных решений системы (3.19) равносилен вопросу о существовании и количестве общих точек этих прямых. Возможны три случая.

1. Прямые пересекаются, т.е. имеют единственную общую точку – система (3.19) имеет единственное решение. Критерием пересечения двух прямых является условие $\frac{A_1}{A_2}\neq\frac{B_1}{B_2}$.
2. Прямые совпадают, т.е. оба уравнения системы определяют одну и ту же прямую – система (3.19) имеет бесконечное множество решений. Критерием совпадения двух прямых является условие $\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}=\frac{C_1}{C_2}$.
3. Прямые параллельны – система (3.19) не имеет решений. Критерием параллельности двух прямых является условие $\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}\neq\frac{C_1}{C_2}$.

В случае если две прямые (3.19) пересекаются, то один из двух смежных углов $\varphi$, образованных при пересечении этих прямых, определяется по формуле

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{A_1B_2-A_2B_1}{A_1A_2+B_1B_2}. \qquad (3.20)$$

Если известны угловые коэффициенты двух прямых $k_1$ и $k_2$, то угол $\varphi$ от первой прямой до второй, отсчитываемый против хода часовой стрелки определяется по формуле

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{k_2-k_1}{1+k_1k_2}. \qquad (3.21)$$

Условием параллельности двух прямых является равенство их угловых коэффициентов

$$k_1=k_2. \qquad (3.22)$$

Условием перпендикулярности двух прямых является соотношение

$$k_1k_2=-1 \quad \text{или} \quad k_2=-\frac{1}{k_1}. \qquad (3.23)$$

Если три прямые $A_1x+B_1y+C_1=0$, $A_2x+B_2y+C_2=0$ и $A_3x+B_3y+C_3=0$ пересекаются в одной точке, то выполняется условие

$$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix} = 0. \qquad (3.24)$$

Обратно, если имеет место (3.24), то три прямые $A_1x+B_1y+C_1=0$, $A_2x+B_2y+C_2=0$, $A_3x+B_3y+C_3=0$ пересекаются в одной точке или параллельны.

Уравнение прямой, проходящей через точку $M_1(x_1;\ y_1)$ параллельно прямой $Ax+By+C=0$, может быть записано в виде

$$A(x-x_1)+B(y-y_1)=0. \qquad (3.25)$$

**Пример 3.6.** Определить острый угол между прямыми $y=-3x+7$; $y=2x+1$.

Решение. $k_1=-3$; $k_2=2$. По формуле (3.21) с учетом того, что угол между прямыми должен быть острым, имеем:

$$\operatorname{tg}\varphi=\left|\frac{2-(-3)}{1+(-3)2}\right|=1 \Rightarrow \varphi=\pi/4.$$

**Пример 3.7.** Исследовать расположение на плоскости двух прямых:

1) $3x+4y-1=0$ и $2x+3y-1=0$;

2) $2x+3y+1=0$ и $4x+6y+3=0$;

3) $x+y+1=0$ и $3x+3y+3=0$.

Решение: 1) прямые $3x+4y-1=0$ и $2x+3y-1=0$ пересекаются, так как $\frac{3}{2}\neq\frac{4}{3}$. Координаты точки пересечения $x=-1,\ y=1$ найдены из решения системы двух линейных уравнений, задающих каждую прямую;

2) Прямые $2x+3y+1=0$ и $4x+6y+3=0$ параллельны, так как $\frac{2}{4}=\frac{3}{6}\neq\frac{1}{3}$ (система данных уравнений, очевидно, несовместна, так как умножая первое из них на 2 и отнимая от второго, получим противоречивое равенство 1=0);

3) Прямые $x+y+1=0$ и $3x+3y+3=0$ совпадают друг с другом, так как $\frac{1}{3}=\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$ (данные уравнения равносильны).

**Пример 3.8.** Даны вершины треугольника *A*(0; 1), *B*(6; 5), *C*(12; –1). Найти уравнения высоты и медианы, проведенных из вершины *C*.

Решение. Находим уравнение стороны *AB*: $\frac{x-0}{6-0}=\frac{y-1}{5-1}$; $\frac{x}{6}=\frac{y-1}{4}$; 4*x*=6*y*–6 или 2*x*–3*y*+3=0; $y=\frac{2}{3}x+1$.

Ищем уравнение высоты в виде: $y-y_1=k(x-x_1)$ или, с учетом того, что она опущена из вершины *C*(12; –1): $y-12=k(x+1)$. Коэффициент $k$ определим из условия (3.23) $\frac{2}{3}k=-1$ или $k=-\frac{3}{2}$. Таким образом, искомое уравнение высоты имеет вид $y-12=-1{,}5(x+1)$ или $y=-1{,}5x+10{,}5$.

Для записи уравнения медианы, найдем координаты середины стороны *AB* по формулам (3.6): $x_M=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{0+6}{2}=3$, $y_M=\frac{y_1+y_2}{2}=\frac{1+5}{2}=3$.

Уравнение медианы $CM$ запишем, используя уравнение (3.18): $\frac{x-3}{12-3}=\frac{y-3}{-1-3}$ или $-4(x-3)=9(y-3)$. Окончательно имеем $y=-\frac{4}{9}x+4\frac{1}{3}$ – искомое уравнение медианы**.**

**Пример 3.9.** Найти проекцию точки *P*(4; 9) на прямую, проходящую через точки *A*(3; 1) и *B*(5; 2).

Решение. Искомая точка есть точка пересечения прямой *AB* с перпендикуляром, опущенным на эту прямую из точки *P*. Прежде всего, составим уравнение прямой *AB*. Применяя соотношение (3.18), получаем $\frac{x-3}{2}=\frac{y-1}{1}$ или $y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$.

Чтобы составить уравнение перпендикуляра, опущенного из точки *P* на прямую *AB*, напишем уравнение произвольной прямой, проходящей через

точку *P*; согласно соотношению (3.14), получаем $y-9=k(x-4)$, где *k* — пока еще не определенный угловой коэффициент. Нам нужно, чтобы искомая прямая прошла перпендикулярно к *AB*; следовательно, ее угловой коэффициент должен удовлетворять условию перпендикулярности с прямой *AB*. Так как угловой коэффициент прямой *AB* равен $\frac{1}{2}$, то, согласно формуле (3.23), находим $k=-2$. Подставляя найденное значение *k* в уравнение, получаем $y-9=-2(x-4)$ или $y=-2x+17$.

Решив систему уравнений $y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$ и $y=-2x+17$, найдем координаты искомой проекции: $x=7,\ y=3$.

**Пример 3.10.** Составить уравнение прямой, проходящей через точку *A*(–2; –3) и начало координат.

Решение. Подставляя в (3.18) $x_1=y_1=0;\quad x_2=-2;\ y_2=-3$, имеем $\frac{x-0}{-2-0}=\frac{y-0}{-3-0}$ или $\frac{x}{-2}=\frac{y}{-3}$. Преобразовывая последнее равенство, получаем общее уравнение искомой прямой $3x-2y=0$.

**Пример 3.11.** Прямая отсекает на координатных осях равные положительные отрезки. Составить уравнение прямой, если площадь треугольника, образованного этими отрезками равна 8 см$^2$.

Решение. Уравнение прямой имеет вид $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$. По условию *a*=*b*>0 и *ab*/2=8. Значит, *a*=4. Таким образом, искомое уравнение прямой $\frac{x}{4}+\frac{y}{4}=1$ или в общем виде *x*+*y*–4=0.

**Пример 3.12.** Определить расстояние между двумя параллельными прямыми $4x-3y-8=0$ и $4x-3y+7=0$.

Решение. Для решения задачи достаточно найти расстояние от любой точки на одной из прямых до другой прямой. Возьмем точку на прямой $4x-3y-8=0$. Пусть $y=0$, тогда $x=2$. По формуле (3.11) найдем расстояние от точки $(2;0)$ до прямой $4x-3y+7=0$. Получим $d=\frac{|4\cdot 2-3\cdot 0+7|}{\sqrt{16+9}}=\frac{15}{5}=3$.

**Пример 3.13.** Определить линейную зависимость *y=kx+b* между полными издержками $y$ производства предприятия, изготавливающего однородную продукцию, и объемом $x$ производства, если:

1) постоянные издержки (например, затраты на содержание административных зданий, их отопление и т.д.), не зависящие от объема продукции, составляют *b* (денежных единиц);

2) переменные издержки (например, материальные затраты) прямо пропорциональны с коэффициентом *k* объему *x* изготавливаемой продукции.

Записать эту зависимость для *b* = 4 (млн руб.) и *k* = 0,5 (млн руб. на одну единицу продукции).

Решение. В данном случае между полными издержками *y* некоторого производства и количеством *x* произведенной продукции имеет место линейная зависимость вида *y=kx+b* , где *k* – удельные переменные издержки (издержки на одну условную единицу продукции), а *b* – постоянные издержки производства. В случае *b*=4 (млн руб.) и *k*=0,5 (млн на одну условную единицу продукции) имеем уравнение *y* = 0,5*x* + 4.

**Пример 3.14**. Полные издержки $y$ по производству *x* единиц продукции на двух предприятиях выражаются соответственно формулами:

$L_1$: *y* = 0,7*x* + 2 и $L_2$: *y* = 0,5*x* + 4,

где *x* – объем продукции (усл. ед.), а *y* – соответствующие полные издержки (млн руб.). Требуется выяснить, начиная с какого объема продукции более экономичным становится второе предприятие.

Решение. Построим прямые $L_1$ и $L_2$ (рис. 3.8)

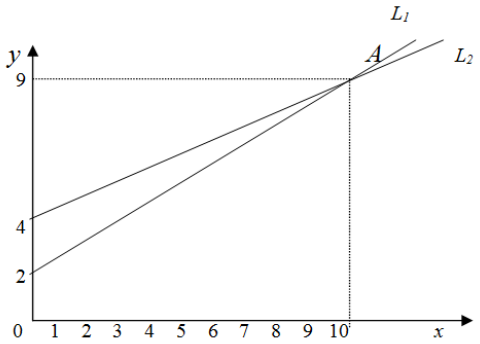


Рис. 3.8

Найдем координаты точки их пересечения, решив следующую систему

уравнений:

$$\begin{cases} y = 0,7x + 2, \\ y = 0,5x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,7x + 2 = 0,5x + 4, \\ y = 0,5x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,2x = 2, \\ y = 0,5x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10, \\ y = 9. \end{cases}$$

Следовательно, точка *A* пересечения прямых имеет координаты *x*=10 и *y*=9. Это значит, что при объеме продукции *x*=10 усл.ед. полные издержки по производству этого объема на обоих предприятиях одинаковы и составляют 9 млн руб.

Из рис.3.8 видно, что при объеме *x*>10 более экономичным (издержки меньше) становится второе предприятие. Это можно установить и без помощи графика (аналитически).

Действительно, если обозначить $y_1 = 0,7x + 2$ и $y_2 = 0,5x + 4$, то, решая относительно *x* неравенство $y_2 < y_1$, получаем: $0,5x + 4 < 0,7x + 2 \Leftrightarrow 0,2x > 2 \Leftrightarrow x > 10$.

**Пример 3.15.** Между пунктами *A*(5;5) и *B*(8;4) (на плане местности размеры даны в километрах) проложен прямолинейно провод телефонной связи. Необходимо подключить к этому проводу пункт *C*(2;1) по кратчайшему расстоянию. Найти точку подключения *D* и длину необходимого для этого провода.

Решение. Наикратчайшим расстоянием от пункта *C*(2;1) до прямой *AB* является длина перпендикуляра *CD*, опущенного на *AB* из точки *C*. Следовательно, необходимо найти уравнение прямой *CD*, перпендикулярной *AB* и установить длину отрезка *CD*.

По формуле (3.18) запишем уравнение прямой *AB* $\frac{x-5}{8-5} = \frac{y-5}{4-5}$.

Приводя подобные, получаем уравнение прямой в общем виде $x+3y-20=0$.

Так как угловой коэффициент прямой *AB* $k_{AB} = -\frac{1}{3}$, то угловой коэффициент прямой *CD* $k_{CD} = 3$. Тогда по формуле (3.14) уравнение прямой *CD* имеет вид $3(x-2)=(y-1)$ или в общем виде $3x-y-5=0$.

Найдем координаты точки *D.*

$$D: \begin{cases} 3x - y - 5 = 0, \\ x + 3y - 20 = 0. \end{cases} \Rightarrow D(3,5;\ 5,5).$$

Обозначим через $d$ расстояние от точки $C$ до прямой $AB$, тогда $d = \frac{|2+3\cdot 1-20|}{\sqrt{1+9}} = \frac{3}{2}\sqrt{10} \approx 4,7$ (км).

Следовательно, точка подключения к телефонному проводу будет иметь на плане местности координаты (3,5; 5,5), а длина требующегося провода составит 4,7 км.

## Задачи для самостоятельного решения

**3.52.** Определить, какие из точек $M_1(3; 1)$, $M_2(2; 3)$, $M_3(6; 3)$, $M_4(-3; -3)$, $M_5(3; -1)$, $M_6(-2; 1)$ лежат на прямой $2x-3y-3=0$ и какие не лежат на ней.

**3.53.** Точки $P_1$, $P_2$, $P_3$, $P_4$ и $P_5$ расположены на прямой $3x-2y-6=0$; их абсциссы соответственно равны числам 4, 0, 2, –2 и –6. Определить ординаты этих точек.

**3.54.** Точки $Q_1$, $Q_2$, $Q_3$, $Q_4$ и $Q_5$ расположены на прямой $x-3y+2=0$; их ординаты соответственно равны числам 1, 0, 2, –1, 3. Определить абсциссы этих точек.

**3.55.** Определить точки пересечения прямой $2x-3y-12=0$ с координатными осями и построить эту прямую на чертеже.

**3.56.** Найти точку пересечения двух прямых $3x-4y-29=0$ и $2x+5y+19=0$.

**3.57.** Стороны $AB$, $BC$ и $AC$ треугольника $ABC$ даны соответственно уравнениями $4x+3y-5=0$, $x-3y+10=0$, $x-2=0$. Определить координаты его вершин.

**3.58.** Даны уравнения двух сторон параллелограмма $8x+3y+1=0$, $2x+y-1=0$ и уравнение одной из его диагоналей $3x+2y+3=0$. Определить координаты вершин этого параллелограмма.

**3.59.** Стороны треугольника лежат на прямых $x+5y-7=0$, $3x-2y-4=0$, $7x+y+19=0$. Вычислить его площадь $S$.

**3.60.** Площадь треугольника $S=8$ кв. ед.; две его вершины находятся в точках $A(1; -2)$ и $B(2; 3)$, а третья вершина $C$ лежит на прямой $2x+y-2=0$. Определить координаты вершины $C$.

**3.61.** Составить уравнение прямой и построить прямую на чертеже, зная ее угловой коэффициент $k$ и отрезок $b$, отсекаемый ею на оси $Oy$:

1) $k = \frac{2}{3}$, $b = 3$; 2) $k = 3$, $b = 0$; 3) $k = 0$, $b = -2$;

4) $k = -\frac{3}{4}$, $b = 3$; 5) $k = -2$, $b = -5$; 6) $k = -\frac{1}{3}$, $b = \frac{2}{3}$.

**3.62.** Определить угловой коэффициент $k$ и отрезок $b$, отсекаемый на оси $Oy$, для каждой из прямых:

1) $5x-y+3=0$; 2) $2x+3y-6=0$; 3) $5x+3y+2=0$; 4) $3x+2y=0$; 5) $y-3=0$.

**3.63.** Дана прямая $5x+3y-3=0$. Определить угловой коэффициент $k$ прямой:

1) параллельной данной прямой; 2) перпендикулярной к данной прямой.

**3.64.** Дана прямая $2x+3y+4 = 0$. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(2; 1)$:

1) параллельно данной прямой; 2) перпендикулярно к данной прямой.

**3.65.** Даны уравнения двух сторон прямоугольника $x-2y=0$, $x-2y+15=0$ и уравнение одной из его диагоналей $7x+y-15=0$. Найти вершины прямоугольника.

**3.66.** Найти проекцию точки $P(-6; 4)$ на прямую $4x-5y+3=0$.

**3.67.** Найти точку $Q$, симметричную точке $P(-5; 13)$ относительно прямой $2x-3y-3=0$.

**3.68.** В каждом из следующих случаев составить уравнение прямой, параллельной двум данным прямым и находящейся на равном расстоянии от каждой прямой:

1) $5x+y+3=0$ и $5x+y-17=0$; 2) $2x+3y-6=0$ и $4x+6y+17=0$;

3) $5x+7y+15=0$ и $5x+7y+3=0$; 4) $3x-15y-1=0$ и $x-5y-2=0$.

**3.69.** Вычислить угловой коэффициент $k$ прямой, проходящей через две данные точки:

а) $M_1(2; -5)$, $M_2(3; 2)$; б) $P(-3; 1)$, $Q(7; 8)$; в) $A(5; -3)$, $B(-1; 6)$.

**3.70.** Составить уравнения прямых, проходящих через вершины треугольника $A(5; -4)$, $B(-1; 3)$, $C(-3; -2)$ параллельно противоположным сторонам.

**3.71.** Даны середины сторон треугольника: $M_1(2; 1)$, $M_2(5; 3)$ и $M_3(3; -4)$. Составить уравнения его сторон.

**3.72.** Даны две точки: $P(2; 3)$ и $Q(-1; 0)$. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $Q$ перпендикулярно к отрезку $PQ$.

**3.73.** Составить уравнение прямой, если точка $P(2; 3)$ служит основанием перпендикуляра, опущенного из начала координат на эту прямую.

**3.74.** Стороны треугольника даны уравнениями $4x-y-7=0$, $x+3y-31=0$, $x+5y-7=0$. Определить точку пересечения его высот.

**3.75.** Даны вершины треугольника $A(2;\ -2)$, $B(3;\ -5)$ и $C(5;\ 7)$. Составить уравнение перпендикуляра, опущенного из вершины $C$ на биссектрису внутреннего угла при вершине $A$.

**3.76.** Составить уравнения сторон и медиан треугольника с вершинами $A(3;\ 2)$, $B(5;\ -2)$, $C(1;\ 0)$.

**3.77.** Даны две смежные вершины $A(-3;\ -1)$ и $B(2;\ 2)$ параллелограмма $ABCD$ и точка $Q(3;\ 0)$ пересечения его диагоналей. Составить уравнения сторон этого параллелограмма.

**3.78.** Даны уравнения двух сторон прямоугольника $5x+1y-7=0$, $5x+2y-36=0$ и уравнение его диагонали $3x+7y-0=0$. Составить уравнения остальных сторон и второй диагонали этого прямоугольника.

**3.79.** Составить уравнение прямой, проходящей через точку $P(3;\ 5)$ на одинаковых расстояниях от точек $A(-7;\ 3)$ и $B(11;\ -15)$.

**3.80.** Найти точку $M_1$, симметричную точке $M_2(8;\ -9)$ относительно прямой, проходящей через точки $A(3;\ -4)$ и $B(-1;\ -2)$.

**3.81.** На прямой $2x-y-5=0$ найти такую точку $P$, сумма расстояний которой до точек $A(-7;\ 1)$, $B(-5;\ 5)$ была бы наименьшей.

**3.82.** На прямой $3x-y-1=0$ найти такую точку $P$, разность расстояний которой до точек $A(4;\ 1)$ и $B(0;\ 4)$ была бы наибольшей.

**3.83.** Дана прямая $2x+3y+4=0$. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(2;\ 1)$ под углом 45° к данной прямой.

**3.84.** Точка $A(-4;\ 5)$ является вершиной квадрата, диагональ которого лежит на прямой $7x-y+8=0$. Составить уравнения сторон и второй диагонали этого квадрата.

**3.85.** Даны две противоположные вершины квадрата $A(-1;\ 3)$ и $C(6;\ 2)$. Составить уравнения его сторон.

**3.86.** Точка $E(1;\ -1)$ является центром квадрата, одна из сторон которого лежит на прямой $x-2y+12=0$. Составить уравнения прямых, на которых лежат остальные стороны этого квадрата.

**3.87.** Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M_1(2;\ -3)$ параллельно прямой:

1) $16x-24y-7=0$; 2) $2x+3=0$; 3) $3y-1=0$.

**3.88.** Установить, какие из следующих пар прямых перпендикулярны:

1) $3x-4y+1=0$ и $4x-3y+7=0$; 2) $6x-15y+7=0$ и $10x+4y-3=0$;

3) $9x-12y+5=0$ и $8x+6y-13=0$; 4) $7x-2y+1=0$ и $4x+6y+17=0$.

**3.89.** Даны две вершины $A(3;\ -1)$ и $B(5;\ 7)$ треугольника $ABC$ и точка $N(4;\ -1)$ пересечения его высот. Составить уравнения сторон этого треугольника.

**3.90.** В треугольнике $ABC$ даны: уравнение стороны $AB$: $5x-3y+2=0$, уравнения высот $AN$: $4x-3y+1=0$ и $BN$: $7x+2y-22=0$. Составить уравнения двух других сторон и третьей высоты этого треугольника.

**3.91.** Составить уравнения сторон треугольника $ABC$, если даны одна из его вершин $A(1;\ 3)$ и уравнения двух медиан $x-2y+1=0$ и $y-1=0$.

**3.92.** Составить уравнения сторон треугольника, зная одну его вершину $B(2;\ -1)$, а также уравнения высоты $3x-4y+27=0$ и биссектрисы $x+2y-5=0$, проведенных из различных вершин.

**3.93.** Составить уравнения сторон треугольника, зная одну его вершину $A(3;\ -1)$, а также уравнения биссектрисы $x-4y+10=0$ и медианы $6x+10y-59=0$, проведенных из различных вершин.

**3.94.** Составить уравнение прямой, которая проходит через начало координат и вместе с прямыми $x-y+12=0$, $2x+y+9=0$ образует треугольник с площадью, равной 1,5 кв.ед.

**3.95.** Среди прямых, проходящих через точку $P(3;\ 0)$, найти такую, отрезок которой, заключенный между прямыми $2x-y-2=0$, $x+y+3=0$, делится в точке $P$ пополам.

**3.96.** Составить уравнение прямой, проходящей через точку $C(-5;\ 4)$, зная, что длина ее отрезка, заключенного между прямыми $x+2y+1=0$, $x+2y-1=0$, равна 5.

**3.97.** Определить, при каком значении $a$ прямая $(a+2)x+(a^2-9)y+3a^2-8a+5=0$

1) параллельна оси абсцисс; 2) параллельна оси ординат;

3) проходит через начало координат.

В каждом случае написать уравнение прямой.

**3.98.** Определить, при каких значениях $m$ и $n$ прямая $(2m-n+5)x+(m+3n-2)y+$ $+2m+7n+19=0$ параллельна оси ординат и отсекает на оси абсцисс отрезок, равный 5 (считая от начала координат). Написать уравнение этой прямой.

**3.99.** Доказать, что две данные прямые пересекаются, и найти точку их пересечения:

1) $x+5y-35=0$ и $3x+2y-27=0$; 2) $12x+15y-8=0$ и $16x+9y-7=0$;

3) $8x-33y-19=0$ и $12x+55y-19=0$; 4) $3x+5=0$ и $y-2=0$.

**3.100.** Доказать, что в следующих случаях две данные прямые параллельны:

1) $3x+5y-4=0$, $6x+10y+7=0$;

2) $2x-1=0$, $x+3=0$;

3) $y+3=0$, $5y-7=0$.

**3.101.** Доказать, что в следующих случаях две данные прямые совпадают:

1) $3x+5y-4=0$, $6x+10y-8=0$;

2) $x-y\sqrt{2}=0$, $x\sqrt{2}-2y=0$;

3) $x\sqrt{3}-1=0$, $3x-\sqrt{3}=0$.

**3.102.** Определить, при каких значениях $m$ и $n$ две прямые $mx+8y+n=0$ и $2x+my-1=0$:

1) параллельны; 2) совпадают; 3) перпендикулярны.

**3.103.** Определить, при каком значении $m$ две прямые $(m-1)x+my-5=0$ и $mx+(2m-1)y+7=0$ пересекаются в точке, лежащей на оси абсцисс.

**3.104.** Установить, пересекаются ли в одной точке три прямые в следующих случаях:

1) $2x+3y-1=0$, $4x-5y+5=0$, $3x-y+2=0$.

2) $2x-y+1=0$, $x+2y-17=0$, $x+2y-3=0$.

**3.105.** Определить, при каком значении $a$ три прямые $2x-y+3=0$, $x+y+3=0$, $ax+y-13=0$ будут пересекаться в одной точке.